

---

This is the **published version** of the article:

Castellano Granell, Carme; Planas, Núria; Chico, Judit. Llengua de la professora i activitat matemàtica a l'aula. 2019. 49 p.

---

This version is available at <https://ddd.uab.cat/record/214384>

under the terms of the  license

Treball Final de Màster

# Llengua de la professora i activitat matemàtica a l'aula

Autora:

Carme Castellano Granell

Tutores:

Núria Planas i Judit Chico

Màster Universitari de Recerca en Educació

Especialitat: Educació Científica i Matemàtica

Departament de Didàctica de les Matemàtiques i Ciències Experimentals

Facultat de Ciències de l'Educació

Universitat Autònoma de Barcelona

Juliol 2019



# Continguts

Continguts.....	I
Introducció .....	1
Justificació i motivació .....	1
Pregunta de recerca i objectius .....	2
1. Marc teòric.....	3
1.1 Llengua matemàtica a l'aula .....	3
1.2. Activitat matemàtica. Generalització de patrons .....	5
1.2.1. Pensament algebraic i resolució de problemes.....	5
1.2.2. Generalització de patrons.....	6
2. Metodologia.....	8
2.1. Context empíric i recollida de dades .....	8
Primera part: Els pomers.....	9
Segona part: Els xiprers.....	10
2.2. Mètode d'elaboració de transcripcions i d'anàlisi.....	11
3. Anàlisi i resultats.....	15
3.1. Caracterització de la llengua de la professora .....	15
3.2 Discussió de l'activitat matemàtica conjunta.....	17
Episodi 1.....	17
Episodi 2.....	19
Episodi 3.....	20

Episodi 4.....	22
Episodi 5.....	24
Episodi 6.....	25
4.Conclusions.....	27
5. Referències .....	30
Annexos .....	1
Annex 1 .....	1
Annex 2 .....	2
Annex 3 .....	12

# Introducció

*L'estudi Llengua de la professora i activitat matemàtica dels alumnes* és un Treball Final del Màster Universitari de Recerca en Educació dins l'Especialitat d'Educació Matemàtica. Se situa en l'àmbit d'investigació sobre ensenyament i aprenentatge de les matemàtiques, concretament en relació al discurs de la professora i l'activitat matemàtica a l'aula amb els alumnes.

A l'inici es troba la justificació i motivació per dur a terme aquesta recerca, la pregunta a estudiar i els seus objectius. Segueix el marc teòric en el primer capítol, amb un primer apartat sobre llengua matemàtica a l'aula i un segon apartat sobre activitat matemàtica i generalització de patrons. El segon capítol explica la metodologia emprada en la recerca; es descriu el context empíric de l'estudi, el mètode de recollida de dades i la seva anàlisi. A continuació, en el tercer capítol, s'hi troba l'anàlisi de dades i els principals resultats de la recerca, en relació a la caracterització de la llengua de la professora i l'observació de regularitats en l'aparició de certes característiques. El capítol acaba amb una segmentació en episodis de la sessió enregistrada a fi de discutir la llengua matemàtica conjunta entre professora i alumnes. Les conclusions de reflexió al voltant de la pregunta de recerca es troben en el quart capítol. Finalment, el cinquè capítol llista les referències utilitzades i després s'ubiquen els annexos.

## Justificació i motivació

Actualment sóc professora de matemàtiques en un institut públic d'ensenyament secundari. L'institut està situat en un barri amb un alt índex de població migrant i, com a conseqüència, la llengua materna de gran part dels meus alumnes no és català ni castellà, tot i que gairebé tots entenen i parlen almenys castellà.

Entenent que la comunicació comporta un intercanvi de significats (Pimm, 1990; Planas i Setati, 2009). Estant treballant en l'àmbit de l'educació, la qualitat d'aquest

intercanvi és especialment clau per dur a terme la tasca docent, tal com s'explica en diversos dels treballs compilats a Planas (2012) i a Planas (2015). A més, en un context social on la comunicació està influenciada per la manca de familiaritat amb una o les dues llengües oficials a Catalunya per part dels estudiants, la meua intenció inicial va ser realitzar una recerca sobre l'ensenyament de les matemàtiques en una aula multilingüe.

En el Currículum d'Educació Secundària Obligatòria de Catalunya (Decret 187/2015) hi consta la dimensió de comunicació i representació. S'especifica que el professor ha de fer present la comunicació amb i sobre matemàtiques en el dia a dia a l'aula, propiciant la interacció entre alumnes. Així, vaig decidir estudiar els canvis de llengua quan em comunico matemàticament amb els estudiants, plantejant per tant una investigació de recerca-acció. Degut a la manca d'evidència de canvis de llengua en les dades, vaig modificar l'orientació de la recerca.

Mantenint-me en l'àmbit de l'estudi de la llengua en l'aula de matemàtiques, finalment he orientat la investigació, que inicialment es centrava en l'anàlisi del sistema lingüístic, cap a l'anàlisi de la modalitat lingüística utilitzada per la professora durant una situació de conversa matemàtica amb els alumnes.

## Pregunta de recerca i objectius

En aquest estudi, es planteja la següent pregunta de recerca: *Com la llengua de la professora influeix en l'activitat matemàtica conjunta entre professora i alumnes a l'aula?* Per tal de donar resposta a la pregunta, s'estableixen els següents objectius:

- 1. Caracteritzar la llengua de la professora en una sessió de matemàtiques.*
- 2. Discutir l'activitat matemàtica conjunta en relació a la llengua de la professora*

Per assolir el primer objectiu, es caracteritzen les reaccions de la professora a les contribucions d'alumnes mitjançant una adaptació de la categorització establerta i utilitzada a Ruthven i Hofmann (2016). Per assolir el segon objectiu, es segmenta la sessió en diversos episodis d'aula per discutir l'activitat matemàtica conjunta entre professora i alumnes en relació a la llengua de la professora.

# 1. Marc teòric

El marc teòric consta de dos apartats. En el primer es defineixen els conceptes de llengua natural i llengua matemàtica. També es dóna una definició de discurs matemàtic a partir dels conceptes de parla matemàtica i parlar de matemàtiques i es justifica la importància de l'estudi del discurs matemàtic a l'aula. El segon apartat es dedica al pensament algebraic, la resolució de problemes i els nivells de raonament, a més de comentar-se qüestions d'introducció de l'àlgebra escolar.

## 1.1 Llengua matemàtica a l'aula

Sovint es defineix la *llengua natural* com aquella que s'utilitza en la comunicació quotidiana i en el discurs a l'aula per explicar nous termes i conceptes. És a dir, és aquella llengua que descriu el món que ens envolta. D'altra banda, aquesta autora defineix *llengua matemàtica* com la llengua usada per expressar idees, descriure objectes i relacions matemàtiques que es poden aplicar al món real. Pimm (1990) afegeix els mètodes d'argumentació a la definició.

D'acord amb Pimm (1990) i Planas i Setati (2009), la llengua matemàtica té les seves pròpies regles sintàctiques i semàntiques amb les quals els alumnes s'han de familiaritzar a les escoles, vinculant-les amb la seves llengües naturals, per tal de poder-la aplicar en el seu dia a dia, ja que els pensaments expressats per les matemàtiques són útils en altres camps a més d'en el seu propi camp.

Quant a l'ús de la llengua oral a l'aula, Pimm (1990) indica dues funcions:

- Establir bones relacions socials amb aquella persona a qui es dirigeix el parlant. És a dir, una parla orientada a l'oient.
- Expressar missatges concrets i transmetre informació amb la finalitat d'aconseguir un objectiu. És a dir, una parla centrada en el missatge.



En aquesta segona funció Pimm (1990) i Planas i Setati (2009) coincideixen en afirmar que la llengua matemàtica s'ha de treballar i ensenyar explícitament a les escoles. Expressar en veu alta les idees per part dels alumnes facilita que aquestes siguin analitzades d'una manera correcta, reflectint els seus raonaments. A més, l'exposició oral davant persones que tinguin un domini de la llengua matemàtica més elevat, com el professor, permet que els alumnes adquireixin un estil més estructurat d'aquesta llengua i de la parla orientada al missatge que si ho fessin cap a una persona amb el mateix nivell d'expertesa en la llengua matemàtica. Així existeix una relació entre el discurs del professor i el discurs que adopten els alumnes, amb el que intenten reproduir les explicacions del docent i incorporar noves frases o paraules al seu vocabulari matemàtic (Castañeda, 2009). Per tant, en una situació on el professor estigui conversant amb els alumnes s'ha de considerar que els diversos interlocutors disposen de diferents nivells d'habilitats a l'hora d'usar tant la llengua matemàtica com la llengua natural. Aquesta última no ha de ser comú, necessàriament, entre tots els participants.

El Diccionari de la Llengua Catalana defineix *discurs* com allò que hom diu d'una manera seguida, especialment allò que, dit o llegit en públic, tracta d'un assumpte amb cert mètode i certa extensió (DIEC2, 2019). Per tal de donar una definició de discurs matemàtic, cal diferenciar els conceptes de *parla matemàtica* i *parlar de matemàtiques*. Es pot considerar que una persona està utilitzant la *parla matemàtica* quan expressa idees matemàtiques amb la sintaxi pròpia de la llengua matemàtica i és capaç d'aplicar-les al món real. En canvi, es *parla de matemàtiques* quan es fa servir la llengua natural per expressar idees i pensaments sobre les matemàtiques. Tenint en compte aquestes definicions, considero el *discurs matemàtic escolar* com la llengua que utilitzem per expressar idees, raonaments i argumentacions a l'aula de matemàtiques.

El discurs no és únicament una via de comunicació, sinó que constitueix un medi per a la construcció de significats a l'aula (Castañeda, 2009). Per aquest motiu, a l'aula de matemàtiques, té gran importància que el professor incentivi l'ús del discurs matemàtic en els alumnes (Pimm, 1990) amb l'objectiu d'elaborar argumentacions vàlides en matemàtiques adquirint, així, el domini de la llengua matemàtica, que ha de permetre analitzar raonaments amb més facilitat i fomentar la discussió

matemàtica. Es tracta de promoure la negociació de significats matemàtics i posada en comú de punts de vista (Pimm, 1990). Mitjançant aquesta discussió per expressar idees matemàtiques, els nens desenvolupen aprenentatge matemàtic (Planas, 2006) en el procés de construcció de discurs matemàtic.

## 1.2. Activitat matemàtica. Generalització de patrons

### 1.2.1. Pensament algebraic i resolució de problemes

Segons Vergel (2015) el pensament algebraic és una forma particular de reflexionar matemàticament constituït per:

- Sentit d'indeterminació: Tractar amb incògnites, variables i paràmetres com allò oposat a la determinació numèrica.
- Anàlisi: Treballar amb les incògnites, variables i paràmetres, reconeixent les seves propietats i les operacions a les quals es poden sotmetre.
- Designació simbòlica: Manera específica de nombrar o referir-se a les incògnites, variables i paràmetres.

Aquests tres components del pensament algebraic estan fortament relacionats entre ells i impliquen el reconeixement de patrons i relacions matemàtiques entre objectes (Chico, 2014). A més, segons Godino, Castro, Aké i Wilhelmi (2012), una de les característiques principals del pensament algebraic és la forma d'abordar el reconeixement d'aquest patrons i relacions matemàtiques a partir de l'estudi de casos particulars. Per aquest motiu, un mètode per introduir el pensament algebraic a l'aula és mitjançant la resolució de problemes contextualitzats. Aquest mètode permet als estudiants considerar, connectar i reflexionar sobre els conceptes matemàtics involucrats en un problema provocant un aprenentatge de les matemàtiques que es pot extrapolar a situacions de la vida real (Chico, 2014).

Per representar un problema de generalització de patrons, es recomanen el tres nivells de raonament per facilitar el pensament algebraic:

- Concret o generalització propera, amb manipulació de quantitats petites.
- Semi-concret o generalització llunyana, amb manipulació de quantitats més grans.
- Abstracte, amb manipulació simbòlica.

Aquest enfocament graduat cap a la generalització permet millorar la comprensió del problema i l'aprenentatge, ja que els problemes contextualitzats treballen a partir de quantitats concretes i ajuden a donar significat a les relacions matemàtiques entre variables mitjançant el pas del raonament concret al semi-concret. Mentre que el pas al raonament abstracte permet el desenvolupament algebraic a partir de la generalització de les situacions concretes estudiades.

### 1.2.2. Generalització de patrons

Rojas i Vergel (2013) afirmen que la generalització pot ser caracteritzada a partir dels mitjans utilitzats pels estudiants per reconèixer una regla general i buscar com expressar-la i operar-hi. Vergel (2015) distingeix dos tipus de generalització: *generalització aritmètica*, que consisteix en observar una propietat comú en una seqüència d'objectes sense arribar a una expressió algebraica; i *generalització algebraica*, amb la que sí que s'arriba a trobar l'expressió algebraica que permet calcular qualsevol terme de la seqüència en qüestió. Godino et al. (2012) destaquen la importància de l'ús dels símbols en el procés de generalització com a variables que fan referència als elements que intervenen en el problema i es relacionen entre ells.

El treball realitzat a partir de problemes sobre generalització de patrons sembla ser una bona estratègia per introduir l'àlgebra a l'aula, ja que comporten el desenvolupament del pensament i la generalització algebraica (Rojas i Vergel, 2015) i permet que els alumnes reflexionin sobre les seves generalitzacions, verbalitzar-les i expressar-les simbòlicament (Chico, 2014).

L'àlgebra requereix la manipulació simbòlica com mètode de pensar distintiu. La generalització no s'estudia exclusivament de manera algebraica i no totes les activitats algebraiques involucren generalització (Godino et al., 2012). L'ensenyament de les matemàtiques ha d'estar dirigit cap aquesta manipulació

simbòlica mitjançant la combinació del tractament d'objectes de naturalesa indeterminada (incògnites, variables i paràmetres) amb l'estudi de propietats de les expressions algebraiques i les relacions entre elles (Godino et al., 2012).

La resolució de problemes que permeten la combinació de diverses representacions d'una mateixa situació és un bon mètode per treballar el pensament algebraic i la generalització a l'aula (Chico, 2018). Cada alumne reconeix regularitats d'una manera diferent. Alguns ho fan més fàcilment a partir d'una representació visual, mentre que altres prefereixen un raonament analític. Aquest tipus d'activitats permeten que cada estudiant abordi la resolució del problema de la manera que li resulta més senzilla.

Així, el pensament algebraic es pot introduir a partir d'activitats amb patrons, ja que admeten contextos diversos com, per exemple, numèrics, geomètrics o pictòrics. A més, el procés de generalitzar una situació a partir d'un esquema visual contribueix a una interpretació del patró i a una proposta de diverses expressions algebraiques per expressar la situació (Chico, 2014) estudiant les propietats i les relacions d'equivalència entre elles.

## 2. Metodologia

L'apartat de metodologia està dividit en dues parts. En la primera es descriu el context empíric on es du a terme l'estudi i es descriu quin és el mètode de recollida de dades i l'instrument emprat. En la segona part es descriu com es tracten les dades obtingudes i els mètodes d'anàlisi creats i utilitzats.

### 2.1. Context empíric i recollida de dades

Les dades d'aquest estudi es van recollir en una aula de matemàtiques del segon curs d'educació secundària obligatòria d'un centre públic de Sabadell. L'accés a l'escenari va ser facilitat per la vinculació professional de l'autora, que va actuar com a professora-investigadora. Aquest grup està format per dotze alumnes dels quals vuit van participar en la sessió de classe analitzada. Els quatre estudiants restants no hi van formar part degut a no assistir a l'institut aquell dia. Es fa notar que el nombre d'alumnes per aula en aquest centre és en general baix.

Per tal de recollir les dades es va enregistrar l'àudio, amb prèvia autorització signada de les famílies<sup>1</sup>, d'una sessió de classe d'una hora. La professora va proposar als nois i noies que realitzessin una tasca per parelles, amb posterior posada en comú en gran grup. Durant el temps de treball per parelles, la professora va observar sense intervenir en les converses, amb l'excepció de casos puntuals per resoldre dubtes sobre la comprensió de l'enunciat. Degut a la gran quantitat de preguntes que sorgien entre els membres de cada parella, alguns d'ells compartits amb la resta de grups, i que els mateixos nois i noies discutien entre ells, la professora va guiar la posada en comú del problema que els alumnes van iniciar, dirigint-los preguntes per tal d'estructurar els raonaments.

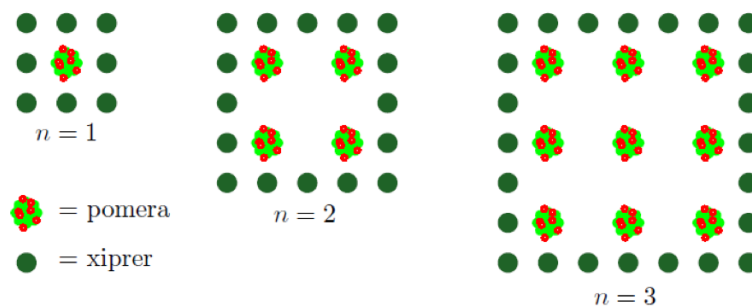
---

<sup>1</sup> Veure Annex 1

L'activitat dissenyada és una adaptació d'un problema proposat per Morera, Chico, Badillo i Planas (2012) per treballar la introducció del llenguatge algebraic a l'aula. Amb l'objectiu de poder dur a terme l'activitat en un grup de segon d'educació secundària obligatòria, es va dividir el problema en dues parts diferents i es va adaptar el nivell de les preguntes proposades per les autores esmentades. A continuació es presenten les dues parts del problema.

### Primera part: Els pomers

Un pagès vol fer un hort amb pomers i xiprers. Imagina aquesta forma per una, dues i tres files de pomers:



La lletra  $n$  representa el número de files de pomers que té cada hort.

Fixa't en els pomers:

1. Si plantem una fila de pomers, quants pomers faran falta? I per dues? I tres?
2. Explica quants pomers faran falta per plantar cinc files de pomers.
3. Explica quants pomers faran falta per 10 files de pomers.
4. Per cada hort, quina relació observes entre el número de files de pomers i el número de pomers?
5. Per al cas general de  $n$  files de pomers, quants pomers caldrà plantar?

Figura 2.1: Enunciat de la primera part del problema

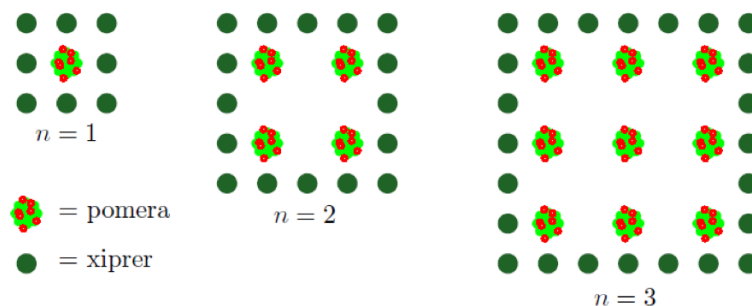
L'objectiu d'aquesta part del problema és treballar el pensament algebraic a partir de la generalització matemàtica d'un patró quadràtic. Per assolir-lo, es representen gràficament les tres primeres situacions del problema, a partir de les quals es

plantegen preguntes amb un nivell de dificultat progressiu. Es comença amb una qüestió que es pot resoldre observant el dibuix de la Figura 2.1 i comptant quants pomers hi ha en cada cas. Segueix una qüestió que planteja un cas particular en què es possible realitzar un esquema gràfic per fer un recompte i trobar la resposta. A continuació, es planteja una qüestió que, tot i ser un cas particular, ja no és fàcil de dibuixar. La seva resolució requereix l'observació de regularitats comunes en els diferents casos. Finalment, el problema acaba amb dues preguntes de generalització matemàtica i abstracció, on els nois i noies han d'argumentar els seus raonaments per acabar trobant l'expressió algebraica que relaciona el número de files de pomers amb la quantitat d'arbres que caldrà plantar.

Notem que la variable independent ve donada en l'enunciat del problema, però aquesta no correspon amb el nombre de pomers que es volen plantar, que és la variable dependent; sinó amb el número de files d'aquest tipus d'arbre.

### Segona part: Els xiprers

Ara fixa't en els xiprers:



1. Si plantem una fila de pomers, quants xiprers faran falta? I per dues? I tres?
2. Explica quants xiprers faran falta per plantar cinc files de pomers.
3. Explica quants xiprers faran falta per 10 files de pomers
4. Per cada hort, quina relació observes entre el número de files de pomers i el número de xiprers?
5. Per al cas general de  $n$  files de pomers, quants xiprers faran falta?
6. Pot haver horts amb el mateix número de xiprers que de pomers? Per què?

Figura 2.2: Enunciat de la segona part del problema

L'objectiu d'aquesta segona part del problema és treballar el pensament algebraic a partir de la generalització matemàtica d'un patró lineal.

Observem que la variable independent no ha canviat respecte a la primera part. També ve donada per l'enunciat, fent referència al número de files de pomers. D'altra banda, la variable dependent fa referència a la quantitat de xiprers que s'haurà de plantar segons el número de files de pomers que hi hagi. Per aquest motiu, s'ha decidit que la part dels pomers precedeixi a la dels xiprers. Ja que, tot i ser un patró lineal, el fet que la variable independent i la dependent no facin referència al mateix tipus d'arbres, en pot dificultar la comprensió i abstracció.

Les preguntes plantejades segueixen el mateix esquema que les qüestions de la primera part de l'activitat. Es comença amb preguntes particulars que es poden resoldre comptant les situacions representades en l'enunciat seguides per un cas particular que no es troba en l'enunciat però que és possible de dibuixar. A continuació, es planteja una qüestió sobre un cas particular en el qual ja no és eficient fer un recompte per acabar amb dos apartats que requereixen raonaments i generalització matemàtica per poder-ne trobar la resposta i l'expressió algebraica que relaciona el valor de la variable dependent amb el de la variable independent.

Finalment, s'inclou una última pregunta per relacionar la variable independent, és a dir, el número de files de pomers, amb les dues variables dependents; el número de pomers i el de xiprers. L'objectiu d'aquest segon apartat es complementa així amb el treball de la diferència de creixement entre un patró lineal i un quadràtic, trobant estratègies tant de raonament oral com de llengua escrita per poder-lo resoldre correctament d'una manera efectiva i eficient.

## 2.2. Mètode d'elaboració de transcripcions i d'anàlisi

Per analitzar les dades obtingudes en l'enregistrament d'àudio, s'ha realitzat una transcripció multimodal<sup>2</sup> que inclou la llengua verbal entre professora i alumnes, la llengua de signes fets amb les mans i, també, la llengua escrita a la pissarra pels alumnes durant la posada en comú en gran grup de l'activitat. S'han tingut

---

<sup>2</sup> Veure Annex 2



especialment en compte les recomanacions de Planas (2006) on es detallen i justifiquen procediments de transcripció de dades de vídeo. La transcripció és literal, conservant les expressions col·loquials de professora i alumnes, així com les imprecisions lingüístiques i els canvis de llengua entre català i castellà. Les dades transcrits s'han organitzat en una taula on cada fila correspon a un torn. Cada una d'aquestes files està dividida en tres columnes amb la següent informació:

- Primera columna: número del torn.
- Segona columna: participant del torn. Quan el torn el realitza la professora, s'ha utilitzat Prof i quan són estudiants A1, A2, A3, etc.
- Tercera columna: contingut del torn.

A continuació es mostren dos fragments de transcripció per il·lustrar el format. La Figura 2.3 correspon a un fragment on la professora intervé utilitzant la llengua verbal castellana i rep resposta d'un alumne amb llengua de signes. El fragment de conversa de la Figura 2.4 també s'inicia amb un torn de la professora, aquest cop en castellà i català, seguit d'una imatge de llengua escrita d'un alumne a la pissarra.


66.	Prof	¿Y si la ene vale dos, que es el número de files?
67.	A3	

Figura 2.3: Fragment de transcripció de llengua verbal i de signes

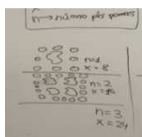
131.	Prof	Si, claro. Toma. El rotulador, A5. Va mireu. Que A5 està aquí fent algo a la pissarra. Què estàs fent, A5?
132.	A5	

Figura 2.4: Fragment de transcripció de llengua verbal i escrita

Amb l'objectiu d'analitzar i caracteritzar la llengua de la professora, s'han adaptat les reaccions del professor a les contribucions dels alumnes construïdes per Ruthven i Hofmann (2016), d'acord amb el que mostra la Taula 2.1.

Indicador	Descriptor
Aprovar	Indicar explícitament aprovació a la contribució
Desaprovar	Indicar explícitament desaprovació a la contribució
Repetir	Dir la contribució amb les mateixes paraules
Replantejar	Dir la contribució amb paraules diferents
Dirigir	Aprofundir en una part de la contribució
Provar	Demandar un argument per la contribució
Ampliar	Afegir concreció a una part de la contribució
Revertir	Repetir o replantejar una contribució pròpia
Retornar	Adreçar la contribució a un altre alumne o a tot el grup

Taula 2.1: Adaptació de reaccions de Ruthven i Hofmann (2016, pp. 12-13)

Per caracteritzar els torns de paraula de la professora quan interactua amb els alumnes, s'ha incorporat una quarta columna a la transcripció<sup>3</sup> on s'indica la característica identificada mitjançant codis. A la Taula 2.2 es mostren els codis utilitzats que corresponen a les abreviatures dels indicadors de la Taula 2.1.

Indicador	Codi	Indicador	Codi
Aprovar	APR	Provar	PRO
Desaprovar	DES	Ampliar	AMP
Repetir	REP	Revertir	REV
Replantejar	RPL	Retornar	RET
Dirigir	DIR		

Taula 2.2: Codis dels indicadors a les transcripcions

Amb els torns de la professora ja caracteritzats s'ha realitzat una altra taula<sup>4</sup> on es mostren els indicadors observats en cada torn. Mitjançant aquesta taula, s'ha

<sup>3</sup> Veure Annex 2

<sup>4</sup> Veure Annex 3

comptabilitzat quantes vegades apareix cada indicador de la Taula 2.1 i s'han observat regularitats en aquestes aparicions. Aquestes recurrències permeten segmentar<sup>5</sup> la conversa entre professora i alumnes en episodis per discutir l'activitat matemàtica conjunta en relació a la llengua de la professora. En resum, els mètodes d'anàlisi són essencialment d'identificació d'indicadors i d'establiment de relacions versemblants entre ells en el context de la sessió de classe.

---

<sup>5</sup> Veure Annex 2

## 3. Anàlisi i resultats

Aquest capítol torna a estar dividit en dos apartats. En el primer s'analitzen les aparicions dels indicadors de la Taula 2.1 en les contribucions parlades de la professora i s'hi observen regularitats. Tenint en compte aquestes aparicions, en el segon apartat es segmenta la sessió enregistrada en episodis d'aula per poder discutir l'activitat matemàtica conjunta entre professora i alumnes.

### 3.1. Caracterització de la llengua de la professora

En aquest apartat s'exposen breument els passos principals de l'anàlisi i resultats relatius a la consecució de l'objectiu 1, "Caracteritzar la llengua de la professora en una sessió de matemàtiques", de la investigació.

Un cop caracteritzades totes les intervencions de la professora<sup>6</sup> segons els indicadors de la Taula 2.1, s'ha realitzat un recompte de les vegades que apareix cada una de les característiques, és a dir, la freqüència absoluta de cada indicador. A la Taula 3.1 es mostren els resultats obtinguts:

Característica	Aprovar	Desaprovar	Repetir	Replantejar	Redirigir	Provar	Ampliar	Revertir	Retornar
	APR	DES	REP	RPL	DIR	PRO	AMP	REV	RET
Freqüència absoluta	6	0	36	8	86	25	12	3	3

Taula 3.1: Freqüència absoluta de cada característica

Es pot observar que, en el total de les cent trenta-vuit intervencions de la professora, l'indicador més freqüent i per tant més característic és Dirigir, apareixent en vuitanta-sis de les intervencions. Segueixen Repetir i Provar, amb unes freqüències de trenta-sis i vint-i-cinc respectivament. Així, Dirigir, Repetir i Provar constitueixen els tres indicadors més característics de la llengua de la professora en el context de

---

<sup>6</sup> Veure Annexos 2 i 3

la sessió de classe que s'ha analitzat. També hi ha presents els indicadors Aprovar, Replantejar, Ampliar, Revertir i Retornar, tot i que amb una freqüència progressivament menor als anteriors. D'altra banda, no hi ha cap torn de la professora on s'ha utilitzat la llengua per Desaprovar la intervenció d'un alumne explícitament en el decurs de la interacció.

S'observa que alguns torns es poden caracteritzar amb més d'un indicador, que o bé es solapen en la consideració d'una mateixa segment de parla o bé es succeeixen dintre de la parla que conforma un mateix torn de la professora.

En termes relatius, el 48% de les caracteritzacions corresponen a l'indicador Dirigir, el 20% corresponen a Repetir i el 14% a Provar. Les aparicions d'aquests tres indicadors, representen el 82.% del total de les caracteritzacions. La resta d'indicadors en representen, conjuntament, el 18% . Per tant, es conclou que la caracterització de la llengua matemàtica de la professora en conversa amb els alumnes respecte de tres indicadors concrets és forta.

Si es para atenció a la terna Dirigir-Repetir-Provar, s'observen certes regularitats en com es relacionen les diferents ternes d'aquest tipus entre elles en funció de l'aparició a la parla de la professora. La Taula 3.2 il·lustra un exemple d'aquestes regularitats. Es tracta d'un fragment de la sessió on apareixen deu intervencions consecutives de la professora dels tipus Dirigir amb una altra del tipus Repetir, acabant amb un torn amb Repetir i Provar.

NÚM	Repetir	Dirigir	Provar
	REP	DIR	PRO
33		1	
35		1	
29		1	
31		1	
33		1	
35	1	1	
37		1	
39		1	
41		1	
43	1		1

Taula 3.2: Segment de conversa matemàtica entre professora i alumnes

La combinació d'aquestes tres característiques en la llengua de la professora és recurrent en tota la sessió de classe, dominant les intervencions consecutives del tipus Dirigir. Per això, es va decidir analitzar el desenvolupament de la llengua matemàtica conjunta entre professora i alumnes en episodis marcats per la terna Dirigir-Repetir-Aprovar, on ocasionalment poden aparèixer altres codis. En síntesi, són episodis on la professora usa la llengua per aprofundir en una part de la contribució d'un alumne i recorre a dos girs o reaccions: parlar amb les mateixes paraules que l'alumne i demanar arguments que sostinguin la contribució.

## 3.2 Discussió de l'activitat matemàtica conjunta

En aquest apartat exposo aspectes de l'anàlisi i dels resultats relatius a la consecució de l'objectiu 2, "Discutir l'activitat matemàtica conjunta en relació a la llengua de la professora". A continuació es mostra l'anàlisi de sis episodis d'aula caracteritzats amb la terna Dirigir-Repetir-Provar que, de manera puntual, apareix combinada amb altres indicadors.

### Presentació i discussió de l'Episodi 1

Prèviament a la primera intervenció de la professora, A1 i A3 han estat resolent conjuntament la primera part de la tasca<sup>7</sup>, on han d'estudiar la relació existent entre el numero de files de pomers i el número de pomers. Cal notar que tot i haver treballat amb A1, A3 no intervé en la conversa. D'altra banda i de manera individual, A4 ha estat llegint l'enunciat.

- |     |      |  |         |
|-----|------|--|---------|
| 12. | Prof | A1, A3, com anem?  |         |
| 13. | A1   | Eh... per al cas general de ene files de pomers, quants pomers faran falta?  |         |
| 14. | Prof | D'acord, A1. Estem a la última pregunta, no? Aquesta que m'acabes de llegir és la última. Hem fet totes les d'abans? A veure, explica'm. Primera pregunta: si plantem una fila de pomers, quants pomers faran falta? | DIR     |
| 15. | A1   | Un   |         |
| 16. | Prof | Com ho sabem?  | PRO     |
| 17. | A1   | Perquè està al dibuix.   |         |
| 18. | Prof | Perquè està al dibuix, no? I si volem plantar dues files de pomers?  | REP/DIR |
| 19. | A4   | Quatre!  |         |

---

<sup>7</sup> Veure Figura 2.1

20.	Prof	Quatre pomers, molt bé, A4. Com ho sabem?	APR/PRO
21.	A1	Però, està dient...	
22.	A4	Ho he comptat.	
23.	Prof	Perquè ho has comptat. Ara ens pregunten: Quants pomers, quants arbres, necessito per plantar tres files d'arbres. Sí?	REP/DIR
24.	A1	Diu... no, el uno... Explica com ho has fet. Quants pomers faran falta per plantar cinc files? Pos cinc per cinc.	
25.	Prof	Perquè cinc per cinc?	PRO
26.	A1	Porque si es tres, es tres por tres... dos por dos...	
27.	Prof	Ah, perquè estàs seguint el patró, no? Doncs vinga.	AMP
28.	A1	Després diu: Per cada hort, quina relació observes entre el número de files i el número de pomers? ...Eh.. què és el mateix.	
29.	Prof	És el mateix.... què?	PRO
30.	A1	No, està malament.... no ho sé... A, no! Pues que es que... multiplicat per si... mateix.	

Aquest episodi es caracteritza mitjançant la terna Dirigir-Repetir-Provar combinada amb Aprovar i Ampliar que apareixen una vegada. A l'inici de la conversa la professora dirigeix el contingut matemàtic de la intervenció de A1 [12-14]. Aquest alumne llegeix la pregunta on es demana la generalització algebraica que correspon al nombre de pomers però la professora dirigeix el contingut matemàtic a discutir, preguntant pels casos particulars senyalats en l'enunciat [14, 18]. Els estudiants donen la resposta numèrica i la professora demana provar-les [16,20] per tal que els nois i noies argumentin les seves respostes. A1 dona una resposta per al cas 5 indicant la operació que realitza, la professora reacciona demanant prova de la seva resposta i A1 argumenta la seva resposta mitjançant l'expressió del patró en diferents casos particulars [24-26]. A1 expressa una propietat comuna a tots els casos particulars anteriors i la professora amplia la seva contribució explicitant que està descrivint un patró [26-27]. Al final de l'episodi A1 intenta expressar la regla general que relaciona el número de files de pomers i el nombre de pomers dient "*és el mateix*". La professora intervé perquè A1 argumenti i re-expressi aquesta afirmació i A1 acaba expressant la generalització com "*multiplicat per sí mateix*" [28-30].

Analitzant en conjunt l'episodi s'observa com la llengua de la professora influeixen en el desenvolupament de l'activitat matemàtica. Mitjançant Dirigir i Provar la professora selecciona el contingut matemàtic a discutir i demana argumentacions matemàtiques. Observem una evolució en l'activitat matemàtica dels alumnes que parteixen de justificacions basades en casos particulars a la identificació de

propietats comunes a totes les figures per, finalment, deduir una regla general que es compleix més enllà dels casos dibuixats en l'enunciat.

## Presentació i discussió de l'Episodi 2

Aquest fragment de llengua va precedit de l'episodi 1, on s'ha estat estudiant la relació existent entre el número de files de pomers i la quantitat de pomers<sup>8</sup>. A1 ha observat que hi ha una propietat comú en tots els termes de la seqüència, expressant en llengua verbal una regla general. Aquest segon episodi mostra un fragment de convers entre A1 i la professora.

- |     |      |   |         |
|-----|------|---|---------|
| 32. | A1   | ¿Y esta pregunta? En el cas general de ene files de pomers, quants pomers faran falta?          |         |
| 33. | Prof | Va, com ho farem això? Què representa la ene? Sabem què és?                                     | DIR     |
| 34. | A1   | La ene és el número de files  |         |
| 35. | Prof | D'acord. La ene, A1, és el número de files de què?  | DIR     |
| 36. | A1   | El número de files de pomers.   |         |
| 37. | Prof | I què m'estan preguntant?   | DIR     |
| 38. | A1   | Quants pomers caldrà plantar.   |         |
| 39. | Prof | Com ho calcularem? Si a mi em diuen...  | DIR     |
| 40. | A1   | Ene igual a files de pomers.  |         |
| 41. | Prof | D'acord. I a mi que m'estan dient? Si tinc una fila, quant val ene?                             | DIR     |
| 42. | A1   | Uno.  |         |
| 43. | Prof | Uno. Quants pomers necessito?   | REP/DIR |
| 44. | A1   | Uno.  |         |
| 45. | Prof | D'acord. Si tinc dues files, quant val la ene?  | APR/DIR |
| 46. | A1   | Dos.  |         |
| 47. | Prof | I quants pomers necessito?  | DIR     |
| 48. | A1   | Quatre.   |         |
| 49. | Prof | Si tinc tres files, quant val la ene?   | DIR     |
| 50. | A1   | Ah vale! Entonces seria ene por uno por dos.  |         |
| 51. | Prof | Ene por uno por dos. ¿Por qué?  | REP/PRO |
| 52. | A1   | Porque multiplica.... ves, diu quants... una fila i luego per si mateix... es que no ho entenc. |         |

En la llengua de la professora d'aquest fragment predomina la característica Dirigir en la terna Dirigir-Repetir-Provar que apareix en aquest episodi combinada amb Aprovar. Comença amb la lectura de la pregunta *Per al cas general de  $n$  files de pomers, quants pomers caldrà plantar?* per part d'A1. La professora dirigeix la conversa per tal que A1 identifiqui les dues variables en el context del problema: el nombre de files de pomers (variable independent) representada per la lletra ene en l'enunciat del problema, i el nombre de pomers (variable dependent) [33-40]. Una

---

<sup>8</sup> Veure Figura 2.1






vegada identificades les variables en el context del problema, la professora dirigeix la conversa cap els valors de les dues variables en el cas 1 i 2 [41-49]. Quan la professora pregunta pel cas 3, A1 expressa amb llengua oral la relació entre les dues variables afirmant que el número de pomers és “*ene por uno, por dos*” [49-52]. La professora demana a A1 provar la seva afirmació i A1 fa referència a una de les seves aportacions anteriors: “*multiplicat per si mateix*”.

Analitzant l'activitat matemàtica conjunta de l'episodi, s'observa l'impacte de la llengua de la professora en el desenvolupament de les nocions de variable i relació funcional entre dues variables. La professora usa la llengua per aprofundir, mitjançant l'estudi del casos particulars, en el concepte de variable com a valor que varia i de relació funcional com la relació entre dues quantitats que varien d'una determinada manera.

### Presentació i discussió de l'Episodi 3

Aquest fragment de llengua és immediatament posterior a la conversa que A1 i la professora han mantingut en l'episodi 2. Interactuen A1 i la professora però també intervé A3, que verbalitza dubtes sobre el càlcul del valor de la variable ene.

- |     |      |   |                 |
|-----|------|---|-----------------|
| 53. | Prof | Què no entenem, A1? A3, l'ajudes?   | REP/RET         |
| 54. | A1   | És que no ho entenc.  |                 |
| 55. | Prof | Què no entenem?   | REV             |
| 56. | A1   | Pues caldrà plantar el que... surt aquí.  |                 |
| 57. | Prof | Si tenim tres files de pomers, és a dir, la ene val...  | DIR             |
| 58. | A1   | Tres.   |                 |
| 59. | Prof | Quants pomers necessitem?   | DIR             |
| 60. | A1   | Ah, sí! Que si la ene.... vale, vale. Si la ene val ics número...   |                 |
| 61. | Prof | Si la ene val ene, no cal canviar-ho per ics. Li podem dir ene, no?                                       | DIR             |
| 62. | A1   | Si la ene vale ene, pues se multi... eh... hay que multiplicar els pomers per la ene.                     |                 |
| 63. | A3   | Pero esa ene ¿Cuánto vale?  |                 |
| 64. | Prof | ¿Esa ene cuánto vale? No ho sabem. Nosaltres què sabem? Que si la ene vale uno, quants pomers necessitem? | REP/AMP/<br>DIR |
| 65. | A3   |                        |                 |
| 66. | Prof | ¿Y si la ene vale dos, que es el número de files?   | DIR             |
| 67. | A3   |                        |                 |
| 68. | Prof | Si la n vale dos, cuatro. ¿Y si la ene vale tres?   | DIR             |

69. A3 
70. Prof ¿Y si la ene vale cuatro? ¿Cómo lo calcularemos? DIR
71. A1 Pues si... Pues si...
72. A3 Cuatro por cuatro.
73. Prof Y si la ene vale cinco? Que eso si que lo tenemos. DIR
74. A1 Cinc per cinc.
75. Prof Cinc per cinc. I si la ene val deu? DIR
76. A1 i Deu per deu.
- A3
77. Prof I si la ene val vint-i-cinc? DIR
78. A3 Pos vint-i-cinc per vint-i-cinc.
79. Prof I si la ene val cent quaranta-dos? DIR
80. A3 Ciento cuarenta y dos por ciento cuarenta y dos.
81. Prof I si la en ens un número qualsevol que no coneixem? Què farem? DIR
82. A1 Ene... por ene.
83. Prof Ene por ene. REP

En aquest episodi la llengua de la professora es caracteritza majorment per Dirigir combinada puntualment amb Retornar, Revertir, Repetir i Ampliar. Cal notar que, en aquets cas, no apareix la característica Provar. Tot i no aparèixer la terna Dirigir–Repetir–Provar, es va analitzar l'activitat conjunta d'aquest episodi per la rellevància del contingut matemàtic en discussió i pel predomini de Dirigir, principal característica d'aquesta professora.

La conversa s'inicia quan la professora pregunta a A1 què és el que no entén, fent un retorn cap a l'alumne A3 per d'introduir-lo en la conversa, i dirigint la situació cap a l'estudi dels casos particulars observats en el dibuix de l'enunciat<sup>9</sup> [53-59]. Quan la professora pregunta quants pomers es necessiten si hi ha tres files de pomers, A1 contesta *"Si la ene val ics numero..."* [60]. La causa d'aquest canvi de notació de la variable ene per ics pot ser causat per la interpretació de la lletra ene com un valor fix desconegut, una incògnita, i no com una variable; un número el valor del qual varia. Aquesta mateixa confusió entre variable i incògnita s'intueix en A3 quan diu *"Pero esa ene ¿Cuánto vale?"* [63]. Davant aquesta confusió, la professora dirigeix la conversa cap a l'estudi de casos particulars fent èmfasi en els canvis de valor de les dues variables [64-80]. Cal notar que en els casos u, dos i tres, A3 respon quants pomers hi haurà aixecant un, quatre i nou dits respectivament. En el cas quatre, per no tenir prou dits, enlloc d'expressar el resultat numèric usa la llengua oral per indicar l'operació que realitza per determinar el número de pomers [72]. A partir


<sup>9</sup> Veure Figura 2.1

d'aquesta intervenció, els alumnes expressen la multiplicació corresponent als diferents casos particulars demandats per la professora. Això facilita la identificació de la regla general i la seva expressió en llengua simbòlica.


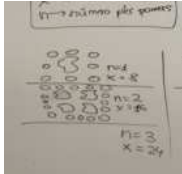
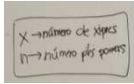
Respecte a l'activitat matemàtica conjunta, la llengua de la professora incideix en un desenvolupament progressiu del pensament algebraic, començant per l'estudi de casos particulars petits (generalització propera), continua amb casos més grans (generalització llunyana) i finalment pregunta la regla general (generalització algebraica). Segueix la mateixa graduació del contingut matemàtic que l'enunciat del problema, facilitant així el desenvolupament del pensament algebraic.

## Presentació i discussió de l'Episodi 4

Prèviament a aquest fragment, s'ha estat treballant conjuntament la segona part del problema, referent al patró dels xiprers<sup>10</sup>. A5, que ha anat fent càlculs a la seva llibreta, verbalitza que ha trobat quina és la regularitat comú en tots els casos i demana permís per sortir a la pissarra i explicar-ho als companys. La professora accedeix i A5 fa un dibuix a la pissarra. S'inicia el següent diàleg on intervenen la professora i A2, A4, A5, A6 i A7.

- |      |      |   |         |
|------|------|---|---------|
| 131. | Prof | Si, claro. Toma. El rotulador, A5.<br>Va mireu. Que A5 està aquí fent algo a la pissarra. Què estàs fent, A5? | DIR     |
| 132. | A5   |                            |         |
| 133. | A6   | Como A8 el otro dia, dibujando.   |         |
| 134. | Prof | Dibuixant. D'acord. Què estàs dibuixant?  | REP/DIR |
| 135. | A5   | Els xiprers.  |         |
| 136. | Prof | Els pomers i els xiprers, veig que estàs dibuixant, no?   | AMP     |
| 137. | A5   | Sí.   |         |
| 138. | Prof | D'acord.<br>A5, ens vas explicant el què vas fent, si us plau?  | APR/DIR |
| 139. | A4   | El últim....  |         |
| 140. | Prof | Què passa, A4?  | PRO     |
| 141. | A4   | El último...  |         |
| 142. | Prof | Ara el farem entre tots. D'acord, A5, ens expliques aquí què passa?   | DIR     |

<sup>10</sup> Veure Figura 2.2

143. A5 Vale. M'he donat compte que depenent del número de files...  
imagina't ene igual a cinc, no?
- 
144. Prof Has dibuixat el cas ene igual a cinc. RPL
145. A5 Sí. Llavors, m'he donat compte que es fa... que al principi com tenim  
aquests... vale.
146. Prof D'acord. Quan teníem el cas ene igual a u, què passava? DIR
147. A5 Hi havia... per exemple posem ics als xiprers que serien... ics seria  
igual a vuit. Llavors...
- 
148. A2 Com que vuit? Ah, vale...
149. Prof Ha dit; la ics són els xiprers. Fica aquí dalt: " ics número de xiprers." DIR  
Així segur que ningú es perd.
- 
150. A5 Vale, hasta aquí, todo.
151. Prof D'acord, nois. Estem d'acord en el que... no borres, A5. Estem d'acord RET  
amb el que ha escrit A5 a la pissarra?
152. A7 Sí.
153. Prof La ics és el número de xiprers. La ene és el número de pomers? PRO
154. A5 No. De files de pomers.

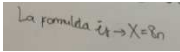
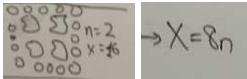
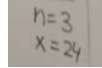
En aquest episodi apareix la terna Dirigir–Repetir–Provar amb un clar domini de la característica Dirigir en la llengua de la professora. També apareixen els indicadors Ampliar, Aprovar, Replantejar i Retornar. S'inicia quan A5 dibuixa a la pissarra el cas u i el cas dos i la professora li demana que expliqui als companys què és el que està fent, per deixar clar que en el problema hi ha dos tipus d'arbres diferents, els pomers i els xiprers [131–137]. A6 fa referència a una sessió anterior, no relacionada amb aquest problema, però on s'havia treballat una activitat a partir d'un dibuix i, per tant, aquest procediment no és estrany pels alumnes [133]. A continuació, A5 dibuixa a la pissarra el cas cinc i explica el seu raonament amb certa ambigüitat [145]. Llavors la professora dirigeix la conversa, centrant-la en l'estudi dels casos particulars, començant pel cas u. Com a resposta, A5 identifica la variable en el context del problema dient "*número de xiprers*", assignant-li la lletra ics i escriu al costat dels dibuixos del cas u i del cas dos, els valors de les variables ene i ics en cada un dels dos casos [147]. Finalment, la professora dirigeix la conversa amb la intenció

que els alumnes identifiquin correctament les dues variables que intervenen en aquest problema, el número de files de pomers i el nombre de xiprers [149 -154].

Analitzant l'activitat matemàtica conjunta de l'episodi s'observa com la professora fa ús de la llengua per facilitar que A5 expliqui amb claredat està fent a la pissarra i els seus companys l'entenguin, posant èmfasi en la identificació de les dues variables del problema.

## Presentació i discussió de l'Episodi 5

Prèviament a aquest fragment, els alumnes A1 i A5 han discutit amb la professora, quants xiprers fan falta en el cas de tenir una, dues, tres i cinc fileres, observant quina és la regularitat comuna a tots els casos. Aquest episodi s'inicia quan A5, que encara és a la pissarra, intenta trobar una expressió algebraica que expressi aquesta regularitat observada. Hi intervenen A1, A3, A4 A5, A7 i la professora.

- |      |      |  |         |
|------|------|--|---------|
| 179. | A5   | Llavors... m'he adonat que com aquí són dos, es multiplica el número de xiprers pel número de fileres. Llavors, ara seria... |         |
| 180. | Prof | Multipliquem el número de xiprers pel número de fileres? D'acord, o sigui...   | REP/DIR |
| 181. | A5   | Sí, seria per exemple... Aquí seria vuit per cinc i serien quaranta.   |         |
| 182. | Prof | D'acord, vuit per cinc.  | APR/REP |
| 183. | A4   | ¿De qué está hablando?   |         |
| 184. | Prof | A5, torna a explicar això. Perquè si la ene és cinc la ics val quaranta, no?   | DIR     |
| 185. | A5   | Sí, perquè mira...   |         |
|      |      |   |         |
| 186. | A1   | Ja sé, ja sé, perquè mira...   |         |
| 187. | A5   | Porque mira, A4. Tu ves que aquí que con una tiene ocho, con dos...  |         |
| 188. | A1   | Pos cinc per vuit.   |         |
| 189. | A5   | Esto lo mult... el ocho este de aquí lo multiplicamos por dos.   |         |
|      |      |   |         |
| 190. | A1   | Dos per vuit. És multiplicar la ene per vuit.  |         |
| 191. | A5   | Si la ene es tres... vuit per ics seria aquest.  |         |
|      |      |   |         |
| 192. | A3   | ¿Porqué por ocho?  |         |
| 193. | Prof | Vuit per tres, vint-i-quatre.  | AMP     |
| 194. | A3   | ¿Y porqué por ocho y no por nueve?   |         |
| 195. | Prof | Un segon, A3. Ahora iremos a este.   | DIR     |

196. A7        Porque por ocho... xiprers.
197. Prof      Si tenemos una fila de pomers, tenemos ocho xiprers, no? Si tenim        DIR/PRO  
dues files de pomers tindrem setze xiprers. Si tenim tres files de  
pomers, tindrem vint-i-quatre xiprers. I A5 ha dit: "Me he dado  
cuenta de una cosa" ¿ De qué cosa te has dado cuenta i que A1 també  
ho ha vist? De què ens hem adonat?
198. A5        De que el número de aquí se tiene que multiplicar por ocho.
199. Prof      D'acord. Agafem la ene i la multipliquem per vuit, no? Aquí que fem?        DIR/PRO  
Com calculem el número de xiprers?
200. A1        Ene per vuit.

En aquest episodi, la terna Dirigir – Repetir – Provar s'alterna amb els indicadors Aprovar i Ampliar en la llengua de la professora. El fragment comença quan A5 expressa oralment la relació observada entre el número de files de pomers i el número de xiprers [179]. La professora dirigeix la conversa amb l'objectiu que els alumnes acabin expressant amb llengua simbòlica la relació entre aquestes dues variables [197-200]. Observem que el pes de la conversa recau sobre A5, ja que la professora només intervé en un terç dels torns del fragment per demanar a A5 que respongui els dubtes que pregunten els seus companys [184] o per evitar que la conversa es desviï del tema que s'està tractant [195]. S'estableix un diàleg entre A1 i A5 on aquest darrer ja ha escrit a la pissarra l'expressió algebraica correcta i li explica a A1 [185–191]. Finalment, la professora repeteix quina és la quantitat de xiprers necessaris pels casos u, dos i tres per demanar als alumnes què és el que poden observar [197–200]. Curiosament, A5 ha escrit l'expressió algebraica a la pissarra, però és A1 qui l'expressa oralment de manera correcta.

Respecte a l'evolució de l'activitat matemàtica conjunta a l'episodi, la professora fa ús de la llengua per dirigir el contingut matemàtic cap a l'expressió de la regla general en llengua algebraica.

## Presentació i discussió de l'Episodi 6

En el següent fragment de llengua es mostra una conversa entre la professora i A1 per donar resposta a la pregunta cinc de l'activitat dels xiprers: *Per al cas general de  $n$  files de pomers, quants xiprers faran falta?*<sup>11</sup>. Intervenien la professora i les alumnes A1 i A5.

---

<sup>11</sup> Veure Figura 2.2

- |      |      |   |         |
|------|------|---|---------|
| 238. | A1   | Després ens diu: Per a cada una, com ho has fet? Doncs s'ha de multiplicar ene per vuit.  |         |
| 239. | Prof | Que s'ha de multiplicar ene per vuit. Què és la ene? Què representa la ene?   | REP/DIR |
| 240. | A1   | Les files de pomers.  |         |
| 241. | Prof | D'acord. Doncs hem de multiplicar "alguna cosa" per "alguna altra cosa". Tot el que hem estat dient ara ho heu d'explicar per escrit. | DIR     |
| 242. | A1   | Per al cas general de ene files de pomers, quants xiprers faran falta?. Ene per vuit.   |         |
| 243. | Prof | I com escrivim millor ene per vuit?   | DIR     |
| 244. | A1   | Ene files de pomers per vuit.   |         |
| 245. | Prof | Això ja ho significa ene per vuit. Però, normalment, escrivim ene per vuit o vuit per ene?  | PRO     |
| 246. | A5   | Ics és igual a vuit per ene.  |         |

La llengua de la professora en aquest episodi es caracteritza mitjançant la terna Dirigir-Repetir-Provar. S'inicia quan els alumnes ja han descobert quina és la regla general que s'observa en tots els casos del problema. Per tant, l'objectiu actual de la professora és que els estudiants arribin a exposar l'expressió algebraica correcta que defineix aquesta regularitat. Aquesta fita queda reflectida quan A1 afirma que per al cas general de ene files de pomers faran falta *ene per vuit* xiprers [248], la professora fa la següent pregunta: *I com escrivim millor ene per vuit?* [43]. Finalment, és A5 qui acaba donant l'expressió algebraica correcta. Observem també que, la professora torna a fer èmfasi en la identificació de la variable independent del problema [239].

Analitzant l'activitat matemàtica conjunta de l'episodi, s'observa com la professora fa ús de la llengua per identificar la variable independent en el context del problema i expressar la regla general en una combinació de llengua simbòlica i llengua ordinària que reforça el valor semàntic de símbols com  $n$ .

## 4. Conclusions

Per donar resposta a la pregunta *Com la llengua de la professora influeix en l'activitat matemàtica conjunta entre professora i alumnes a l'aula?* s'ha analitzat l'enregistrament d'àudio d'una sessió de matemàtiques on es va dur a terme la resolució d'un problema per treballar l'àlgebra a partir de la generalització de patrons, amb l'ajuda de representacions pictòriques de casos particulars.

D'acord amb la caracterització de les intervencions de la professora segons els indicadors<sup>12</sup> definits a partir de l'adaptació de reaccions proposades per Ruthven i Hofmann (2016), s'ha estudiat la freqüència (absoluta i relativa) d'aparició de cada indicador. Aquest estudi de freqüències ha permès arribar a la conclusió que la llengua de la professora, durant la sessió analitzada, queda fortament caracteritzada per la terna combinada d'indicadors Dirigir – Repetir – Provar (representant conjuntament un 82% de les caracteritzacions totals), on Dirigir és, amb diferència, la característica més freqüent. Les aparicions de la resta d'indicadors s'alternen amb els d'aquesta terna, amb una freqüència més baixa.

Mitjançant l'estudi d'aquesta caracterització de la llengua de la professora amb la terna Dirigir – Repetir – Provar, s'han descobert regularitats en les aparicions al llarg de la sessió. Hi ha segments de la conversa on la professora fa ús de la característica Dirigir de manera consecutiva en un nombre elevat de les intervencions, alternant-les amb Repetir, per acabar amb la característica Provar.

A partir d'aquestes regularitats observades en l'aparició de la terna Dirigir – Repetir – Provar, s'ha segmentat la sessió en diferents episodis per discutir l'activitat matemàtica conjunta a l'aula. Al respecte, s'han trobat evidències on la professora fa ús de la llengua per seleccionar els continguts a discutir en un moment particular, perquè la conversa no es desviï del contingut matemàtic en discussió o per facilitar

---

<sup>12</sup> Veure Taula 2.1



el desenvolupament de pensament algebraic dels alumnes i l'elaboració d'argumentacions vàlides d'acord amb la cultura d'aula establerta .

De l'anàlisi realitzat s'infereix que la llengua que usa la professora en la discussió de les resolucions dels problemes de generalització de patrons proposats, influeix en la estructuració i evolució de l'activitat matemàtica entorn aquests objectius:

- a) Identificar les variables dependent i independent en cada situació del problema, com s'observa en els episodis 2 [33-38] i 4 [149-154].
- b) Establir la relació funcional entre les dues variables del problema, a partir de l'estudi de casos particulars, començant amb valors petits de la variable i augmentant aquests valors poc a poc, per graduar la dificultat. El treball d'aquest objectiu s'observa en els episodis 2 [39-49] i 3 [64-80].
- c) Generalitzar el problema arribant a l'expressió algebraica mitjançant ús del llenguatge algebraic, també a partir de l'estudi de casos particulars per observar propietats comuns en cada un dels casos. Aquesta generalització reflectida en els episodis 3 [81-83], 5 [197-200] i 6 [242-246] mostra com la professora pretén que els alumnes facin i ús del llenguatge algebraic.

En la següent taula es mostren els segments de llengua on la professora condueix la conversa per centrar el contingut matemàtic en relació a aquest tres objectius:

Episodi	Objectiu a	Objectiu b	Objectiu c
1			26-31
2	33-38	39-49	
3			64-83
4	149-154		
5		197-198	199-200
6	239-240		241-246

Taula 4.1: Assoliment dels objectius per episodis

Analitzant la llengua de la professora i dels alumnes, es conclou que la manera en què aquest llengua es produeix té influència en l'activitat matemàtica a l'aula (d'acord amb el que avancen Planas i Setati, 2009), dirigint i seleccionant el

contingut matemàtic a tractar en cada moment, per treballar els tres aspectes del pensament algebraic (Vergel, 2015) als quals es fa referència en l'apartat 1.3 de la memòria. Amb l'objectiu a) es treballa el sentit d'indeterminació, mitjançant la identificació de variables i el seu caràcter indeterminat. Amb l'objectiu b) es treballa l'anàlisi, a partir de l'estudi de les relacions entre les variables. I, amb l'objectiu c) es treballa la designació simbòlica a partir d'expressar la propietat general fent ús dels símbols i el llenguatge algebraic adequat.

Notem que per assolir aquests tres objectius la professora segueix, de manera reiterada, els tres nivells de raonament en el pensament algebraic a través de la generalització de patrons, esmentats en l'apartat 1.3.1 d'aquest treball. Començant amb la generalització propera mitjançant l'estudi de casos concrets amb quantitats petites; continuant amb la generalització llunyana a partir de l'estudi de casos concrets però amb quantitats més grans per acabar amb la expressió simbòlica o raonament abstracte. Aquesta forma de graduar la dificultat del contingut es pot observar en els tres primer episodis: Episodi 1 [14-30], Episodi 2 [41-49] i Episodi 3 [64-83]. Així es comença per casos senzills per anar elevat el grau de dificultat de raonament i facilitar que els mateixos alumnes puguin arribar a deduir l'expressió algebraica.

## 5. Referències

- Castañeda, A. (2009). Aspectos que fundamentan el análisis del discurso matemático escolar. A P. Lestón (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (pp. 1379-1387). México DF: CLAME.
- Chico, J. (2014). *Impacto de la interacción en grupo en la construcción de argumentación colectiva en clase de matemáticas* (tesis doctoral). Universitat Autònoma de Barcelona.
- Chico, J. (2018). Impacto de la interacción en grupo en la producción de la lengua del álgebra en clase de matemáticas. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 14, 31-47.
- Godino, J.D., Castro Gordillo, W.F., Aké, L.P., Wilhelmi, M.R. (2012). Naturaleza del razonamiento algebraico elemental. *Bolema*, 26(42B), 483-511.
- Institut d'Estudis Catalans, (08.05.2019). Diccionari de la llengua catalana. Barcelona: DIEC2. <https://mdlc.iec.cat/index.html>
- Morera, L., Chico, J., Badillo, E., Planas, N. (2012). Problemas ricos en argumentación para secundaria: reflexiones sobre el pensamiento del alumnado y la gestión del profesor. *Suma*, 70, 9-20.
- Pimm, D. (1990). *El lenguaje matemático en el aula*. Madrid: Ediciones Morata S.A.
- Planas, N. (2006). Modelo de análisis de vídeos para el estudio de procesos de construcción de conocimiento matemático. *Educación Matemática* 18(1), 37-72
- Planas, N. (Ed.) (2012). *Teoría, crítica y práctica de la educación matemática*. Barcelona: Graó.
- Planas, N. (Ed.) (2015). *Avances y realidades de la educación matemática*. Barcelona: Graó.

Planas, N., Setati, M. (2009). Bilingual students using their languages in the learning of mathematics. *Mathematics Education Research Journal* 21(3), 36-59.

Rojas, P., Vergel, R. (2013). Procesos de generalización y pensamiento algebraico. *Memórias del 14º Encuentro Colombiano de Matemática Educativa* (pp. 760-766). Barranquilla, Colòmbia: Universidad Distrital.

Ruthven, K., Hofmann, R. (2016). A case study of epistemic order in mathematics classroom dialogue. *PNA*, 11(1), 5-33.

Vergel, R. (2015). Generalización de patrones y formas de pensamiento algebraico temprano. *PNA*, 9(3), 193-215.

Decret 187/2015 DOGC núm. 6945 – 28.8.2015

# Annexos

## Annex 1

Circular donada als nois i noies demanant l'autorització per enregistrar la seva veu durant una sessió de classe.

### **AUTORITZACIÓ D' ÚS DE VEUS DE MENORS**



En/Na \_\_\_\_\_ major d'edat, amb número de DNI \_\_\_\_\_ AUTORITZO a Carme Castellano Granell, major d'edat i amb DNI 47829544D, estudiant del màster de recerca en educació de la Universitat Autònoma de Barcelona, a enregistrar la veu, utilitzant els mitjans tècnics coneguts en l'actualitat i CEDEIXO els meus drets d'enregistrament de veu exclusivament per l'ús de tasques de recerca, de manera totalment ANÒNIMA.


Signatura

## Annex 2

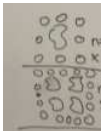

Transcripció multimodal de la sessió de classe enregistrada amb la segmentació d'episodis. Cada requadre vermell és un d'aquests episodis.

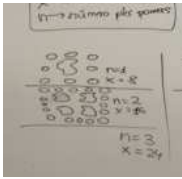
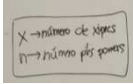
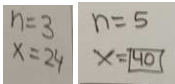
1.	A1	Què significa per una coma dos?	
2.	Prof	Per u coma dos. On fica u coma dos?	REP
3.	A1	Perquè posa...	
4.	Prof	Per una, dues i tres files. Una "coma" dues o tres. No és "u coma dos". És una, dues o tres.	AMP
5.	A1	Ah! Vale. Si plantem una fila de pomers, quants pomers faran falta?	
6.	A2	Si plantem una fila de pomers, quants xiprers faran falta? Per dues? I per tres?	
7.	A1	¿Dónde està la fila de pomers?	
8.	Prof	D'acord. On està la fila de pomers? Anem a veure. Què no entenem, A1?	REP/PRO
9.	A1	Quina fila? Si només hi ha una.	
10.	Prof	D'acord. Què són les files? Les files són això. Això són files. I això, són columnes. Aquí, tenim tres files: una, dues i tres. Aquí, tenim una fila.	AMP
11.	A1	M'acabo d'adonar ahora... no, no hace falta.	
12.	Prof	A1, A3, com anem?	DIR
13.	A1	Eh... per al cas general de ene files de pomers, quants pomers faran falta?	
14.	Prof	D'acord, A1. Estem a la última pregunta, no? Aquesta que m'acabes de llegir és la última. Hem fet totes les d'abans? A veure, explica'm. Primera pregunta: si plantem una fila de pomers, quants pomers faran falta?	DIR
15.	A1	Un	
16.	Prof	Com ho sabem?	PRO
17.	A1	Perquè està al dibuix.	
18.	Prof	Perquè està al dibuix, no? I si volem plantar dues files de pomers?	REP/DIR
19.	A4	Quatre!	
20.	Prof	Quatre pomers, molt bé, A4. Com ho sabem?	APR/PRO
21.	A1	Però, està dient...	
22.	A4	Ho he comptat.	
23.	Prof	Perquè ho has comptat. Ara ens pregunten: Quants pomers, quants arbres, necessito per plantar dues files d'arbres. Sí?	REP/DIR
24.	A1	Diu... no, el uno... Explica com ho has fet. Quants pomers faran falta per plantar cinc files? Pos cinc per cinc.	
25.	Prof	Perquè cinc per cinc?	PRO
26.	A1	Porque si es tres, es tres por tres... dos por dos...	
27.	Prof	Ah, perquè estàs seguint el patró, no? Doncs vinga.	AMP
28.	A1	Després diu: Per cada hort, quina relació observes entre el número de files i el número de pomers? ...Eh.. què és el mateix.	
29.	Prof	És el mateix.... què?	PRO

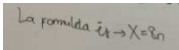
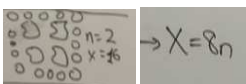
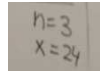
30.	A1	No, està malament.... no ho sé... A, no! Pues que es que... multiplicat per si... mateix.	
31.	Prof	Ah!	APR
32.	A1	¿Y esta pregunta? En el cas general de ene files de pomers, quants pomers faran falta?	
33.	Prof	Va, com ho farem això? Què representa la ene? Sabem què és?	DIR
34.	A1	La ene és el número de files	
35.	Prof	D'acord. La ene, A1, és el número de files de què?	DIR
36.	A1	El número de files de pomers.	
37.	Prof	I què m'estan preguntant?	DIR
38.	A1	Quants pomers caldrà plantar.	
39.	Prof	Com ho calcularem? Si a mi em diuen...	DIR
40.	A1	Ene igual a files de pomers.	
41.	Prof	D'acord. I a mi que m'estan dient? Si tinc una fila, quant val ene?	DIR
42.	A1	Uno.	
43.	Prof	Uno. Quants pomers necessito?	REP/DIR
44.	A1	Uno.	
45.	Prof	D'acord. Si tinc dues files, quant val la ene?	DIR
46.	A1	Dos.	
47.	Prof	I quants pomers necessito?	DIR
48.	A1	Quatre.	
49.	Prof	Si tinc tres files, quant val la ene?	DIR
50.	A1	Ah, vale! Entonces seria ene por uno por dos.	
51.	Prof	Ene por uno por dos. ¿Porqué?	REP/PRO
52.	A1	Porque multiplica.... ves, diu quants... una fila i luego per si mateix... es que no ho entenc.	
53.	Prof	Què no entenem, A1? A3, l'ajudes?	REP/RET
54.	A1	És que no ho entenc.	
55.	Prof	Què no entenem?	REV(53)
56.	A1	Pues caldrà plantar el que... surt aquí.	
57.	Prof	Si tenim tres files de pomers, és a dir, la ene val...	DIR
58.	A1	Tres.	
59.	Prof	Quants pomers necessitem?	DIR
60.	A1	Ah, sí! Que si la ene.... vale, vale. Si la ene val ics número...	
61.	Prof	Si la ene val ene, no cal canviar-ho per ics. Li podem dir ene, no?	DIR
62.	A1	Si la ene vale ene, pues se multi... eh... hay que multiplicar els pomers per la ene.	
63.	A3	Pero esa ene ¿Cuánto vale?	
64.	Prof	¿Esa ene cuánto vale? No ho sabem. Nosaltres què sabem? Que si la ene vale uno, quants pomers necessitem?	REP/AMP/DIR
65.	A3		
66.	Prof	¿Y si la ene vale dos, que es el número de files?	DIR
67.	A3		
68.	Prof	Si la n vale dos, cuatro. ¿Y si la ene vale tres?	DIR

69.	A3		
70.	Prof	¿Y si la ene vale cuatro? ¿Cómo lo calcularemos?	DIR
71.	A1	Pues si... Pues si...	
72.	A3	Cuatro por cuatro.	
73.	Prof	Y si la ene vale cinco? Que eso si que lo tenemos.	DIR
74.	A1	Cinc per cinc.	
75.	Prof	Cinc per cinc. I si la ene val deu?	DIR
76.	A1 i A3	Deu per deu.	
77.	Prof	I si la ene val vint-i-cinc?	DIR
78.	A3	Pos vint-i-cinc per vint-i-cinc.	
79.	Prof	I si la ene val cent quaranta-dos?	DIR
80.	A3	Ciento cuarenta y dos por ciento cuarenta y dos.	
81.	Prof	I si la en ens un número qualsevol que no coneixem? Què farem?	DIR
82.	A1	Ene... por ene.	
83.	Prof	Ene por ene.	REP
84.	A5	¿Y qué es ene por ene?	
85.	A1	No...	
86.	A5	Que si... ¿Qué es ene por ene?	
87.	A3	¿Y cómo se calcula ene por ene?	
88.	Prof	¿Podemos calcular ene por ene si no conocemos la ene?	RPL
89.	A1	No.	
90.	Prof	No, però estic trobant una formuleta. Una expressió algebraica que em permet trobar quants pomers tinc.	AMP
91.	A1	...Quants pomers caldrà plantar.	
92.	Prof	Si tenim ene files, com ho calcularem? Quina formuleta? Si a mi em diuen la ene val seixanta-tres...	DIR
93.	A3	Seixanta-tres per seixanta-tres.	
94.	Prof	D'acord. Quina és la formuleta que hi ha al darrere?	DIR
95.	A1	Multiplicar per si mateix.	
96.	Prof	I si este número que estic multiplicant per si mateix és la ene... quina ens quedara?	DIR
97.	A1	Ene per si mateix.	
98.	Prof	Ene per...	DIR
99.	A1	Ene.	
100.	Prof	Ene per ene. I el que et deia A5, ene per ene com ho podem escriure d'una altra manera?	DIR
101.	A1	Al quadrat.	
102.	Prof	Ene al quadrat.	RPL
103.	A1	Ja he acabat,	
104.	Prof	A6, A5 i A7, A8 i A2. Com va la segona part?	
105.	A5	Mal.	
106.	A7	¿A que son diez? Son diez.	
107.	A5	¿Pero cómo que diez?	
108.	A7	Ya verás.	
109.	A5	Dime porqué son diez.	

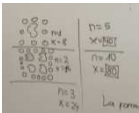


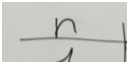
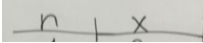
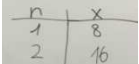
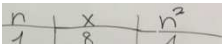
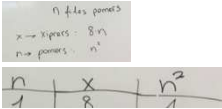
110.	A7	Porque son diez. Lo he calculado, mira.	
111.	A2	A7...	
112.	Prof	Comencem pel principi. Primera pregunta...	DIR
113.	A5	A ver, hemos empezado por el final.	
114.	Prof	Qui vol llegir la primera pregunta?	DIR
115.	A2	Si plantem una fila de pomers, quants xiprers faran falta? I per dues? I per tres?	
116.	Prof	D'acord. Això com ho podem saber?	DIR
117.	A5	Amb el dibuix.	
118.	A8	Hay nueve.	
119.	Prof	¿Hay nueve?	REP
120.	A8	Si contamos...	
121.	Prof	Vuelve a contar.	DIR
122.	A8	Siete.	
123.	Prof	¿Siete? A8, torna'ls a comptar i marcat aquells que ja has comptat Tens un boli?	REP/DIR
124.	A8	A no, no, no... ocho.	
125.	A7	Ocho.	
126.	Prof	Ocho.	REP
127.	A5	¡Ah, vale! Se multiplica cada vez por el número. Ya lo he pillao. Faran falta... al set... faran falta... ja lo he pillao!	
128.	Prof	A5, ¿Qué has pillao? ¿Nos lo explicas?	PRO
129.	A1	Ha pillado la idea.	
130.	A5	¿Lo puedo salir ha hacer en la pizarra?	
131.	Prof	Si, claro. Toma. El rotulador, A5.	DIR
132.	A5	Va mirem. Que A5 està aquí fent algo a la pissarra. Què estàs fent, A5?	
			
133.	A6	Como A8 el otro dia, dibujando.	
134.	Prof	Dibuixant. D'acord. Què estàs dibuixant?	REP/DIR
135.	A5	Els xiprers.	
136.	Prof	Els pomers i els xiprers, veig que estàs dibuixant, no?	AMP
137.	A5	Sí.	
138.	Prof	D'acord.	APR/DIR
		A5, ens vas explicant el què vas fent, si us plau?	
139.	A4	El últim....	
140.	Prof	Què passa, A4?	PRO
141.	A4	El últim...	
142.	Prof	Ara el farem entre tots. D'acord, A5, ens expliques aquí què passa?	DIR
143.	A5	Vale. M'he donat compte que depenent del número de files... imagina't ene igual a cinc, no?	
			
144.	Prof	Has dibuixat el cas ene igual a cinc.	RPL
145.	A5	Sí. Llavors, m'he donat compte que es fa... que al principi com tenim aquests... vale	
146.	Prof	D'acord. Quan teníem el cas ene igual a u, què passava?	DIR

147.	A5	Hi havia... per exemple posem ics als xiprers que serien... ics seria igual a vuit. Llavors...	
			
148.	A2	Com que vuit? Ah, vale...	
149.	Prof	Ha dit; la ics són els xiprers. Fica aquí dalt: " ics número de xiprers." Així segur que ningú es perd.	DIR
150.	A5	Vale, hasta aquí, todo.	
151.	Prof	D'acord, nois. Estem d'acord en el que... no borres, A5. Estem d'acord amb el que ha escrit A5 a la pissarra?	RET
152.	A7	Sí.	
153.	Prof	La ics és el número de xiprers. La ene és el número de pomers?	PRO
154.	A5	No. De files de pomers.	
155.	Prof	Ah! És el número de files de pomers. Que no és el mateix. Recordem de l'altre dia que no és el mateix?	REP/REV
156.	A5	Vale. Llavors...	
			
157.	Prof	Si tenim...	DIR
158.	A5	Si tenim ics...	
			
159.	A1	Pos Ja està, si tenim una fila pos... fan falta vuit.	
160.	Prof	D'acord. Que és el que està intentant explicar A5. Si tenim una fila de pomers, tindrem...	DIR
161.	A5	Vuit xiprers.	
162.	Prof	Què més?	DIR
163.	A5	Després, a la segona...	
164.	Prof	D'acord. Si tenim dues files...	DIR
165.	A1	Tindrem el doble del doble. Doble de files i el doble de columnes.	
166.	Prof	Doble de files i doble de columnes. ¿Què m'estàs intentant dir, A1?	REP/PRO
167.	A1	Que necessitem... eh... dos xiprers d'estos.	
168.	Prof	Dos xiprers d'estos?	REP
169.	A1	Ai, espera, de pomers.	
170.	Prof	Ah, si tenim dues files de pomers...	DIR/REV (163)
171.	A1	Pues se dobla els pomers i quatre pomers i setze xiprers.	
172.	Prof	D'acord.	APR
173.	A5	Sí.	
174.	Prof	D'acord. Llavors per a aquest tipus d'arbre.. Si la ene és dos...	DIR
175.	A1	Ics és setze.	
176.	Prof	D'acord. El número de xiprers és setze. Què més tenim?	RPL/DIR
177.	A5	I així fins que arribem al cinc.	
178.	Prof	D'acord. Arribem al cinc.	REP
179.	A5	Llavors... m'he adonat que com aquí són dos, es multiplica el número de xiprers pel número de fileres. Llavors, ara seria...	

180.	Prof	Multipliquem el número de xiprers pel número de fileres? D'acord, o sigui...	REP/DIR
181.	A5	Sí, seria per exemple... Aquí seria vuit per cinc i serien quaranta.	
182.	Prof	D'acord, vuit per cinc.	APR/REP
183.	A4	¿De qué está hablando?	
184.	Prof	A5, torna a explicar això. Perquè si la ene és cinc la ics val quaranta, no?	DIR
185.	A5	Sí, perquè mira...	
			
186.	A1	Ja sé, ja sé, perquè mira...	
187.	A5	Porque mira, A4. Tu ves que aquí que con una tiene ocho, con dos...	
188.	A1	Pos cinc per vuit.	
189.	A5	Esto lo mult... el ocho este de aquí lo multiplicamos por dos.	
			
190.	A1	Dos per vuit. És multiplicar la ene per vuit.	
191.	A5	Si la ene es tres... vuit per ics seria aquest.	
			
192.	A3	¿Porqué por ocho?	
193.	Prof	Vuit per tres, vint-i-quatre.	AMP
194.	A3	¿Y porqué por ocho y no por nueve?	
195.	Prof	Un segon, A3. Ahora iremos a este.	DIR
196.	A7	Porque por ocho... xiprers.	
197.	Prof	Si tenemos una fila de pomers, tenemos ocho xiprers, no? Si tenim dues files de pomers tindrem setze xiprers. Si tenim tres files de pomers, tindrem vint-i-quatre xiprers. I A5 ha dit: "Me he dado cuenta de una cosa" ¿ De qué cosa te has dado cuenta i que A1 també ho ha vist? De què ens hem adonat?	DIR/PRO
198.	A5	De que el número de aquí se tiene que multiplicar por ocho.	
199.	Prof	D'acord. Agafem la ene i la multipliquem per vuit, no? Aquí que fem? Com calculem el número de xiprers?	DIR/PRO
200.	A1	Ene per vuit.	
201.	A5	Ene, que és dos, per vuit.	
202.	Prof	A4, sí? Tres per vuit, que és vint-i-quatre.	AMP
203.	A5	I aquí se multiplica per cinc.	
204.	Prof	Per tant, si tenim cinc files de pomers... què hem de fer A1?... O A5.	DIR
205.	A5	Tindrem quaranta.	
206.	Prof	Quaranta xiprers. Sí, A4?	RPL/PRO
207.	A4	Si.	
208.	Prof	Sí, A3?	DIR
		D'acord. Què més?	
209.	A7	Pos es cinco por...	
210.	Prof	Cinco por...? ¿Por que número hemos dicho que lo multilicábamos?	REP/DIR
211.	A7	Por dos.	
212.	Prof	¿Por dos?	
213.	A3	¡Por ocho!	
214.	Prof	Por ocho. Y cinco por ocho ¿Cuánto hacen?	REP/DIR
215.	A4 i A7	Cuarenta.	

216.	Prof	Cuarenta. Por tanto, si tenemos cinco files de pomers, tendremos cuarenta xiprers. Sí, A8? Estem seguint? Què estem explicant, a veure?	REP/DIR /RPL
217.	A8	Els xiprers.	
218.	Prof	Els xiprers. I què estem explicant dels xiprers?	REP/DIR
219.	A8	Que por que...	
220.	A3	Que toca multiplicar por ocho.	
221.	A8	¿Cuántos xiprers hacen falta para ene filas?	
222.	Prof	I com ho calculem? A veure.	PRO
223.	A8	Eh, eh, eh... multiplicamos... multiplicamos el nombre de files de pomers per, per... per no sé.	
224.	A3	¡Oye, tiene que ser por ocho!	
225.	Prof	A8, que està passant? Ens hem adonat que per una fila, vuit xiprers. Si tenim dues files, tenim setze xipreres. Vuit per una, Vuit per dos, Vuit per tres.	DIR
226.	A8	Ah, claro, claro. Hay que multiplicar por el número de filas que hay.	
227.	Prof	Llavors, si la ene és cinc... A5 ha fet el dibuix, però sabent això, calia fer el dibuix?	DIR/PRO
228.	A5	Entonces seria ene...	
229.	Prof	Aquests regla és...	DIR
230.	A5	Aquesta regla és per a tots els casos.	
231.	Prof	És per a tots els casos, sí? Llavors, següent pregunta... Aya, sabríem respondre la següent pregunta tenint en compte això que hem fet?	REP/DIR
232.	A7	No sé...	
233.	Prof	Què ens demanen a la pregunta número vuit?	DIR
234.	A1	Explica quants xiprers fan falta per deu files de pomers. Vuitanta.	
235.	Prof	Vuitanta. Perquè vuitanta?	REP/PRO
236.	A1	Deu per vuit.	
237.	Prof	Per que són deu per vuit.	REP
238.	A1	Després ens diu: Per a cada una, com ho has fet? Doncs s'ha de multiplicar ene per vuit.	
239.	Prof	Que s'ha de multiplicar ene per vuit. Què és la ene? Què representa la ene?	REP/DIR
240.	A1	Les files de pomers.	
241.	Prof	D'acord. Doncs hem de multiplicar "alguna cosa" per "alguna altra cosa". Tot el que hem estat dient ara ho heu d'explicar per escrit.	DIR
242.	A1	Per al cas general de ene files de pomers, quants xiprers faran falta?. Ene per vuit.	
243.	Prof	I com escrivim millor ene per vuit?	DIR
244.	A1	Ene files de pomers per vuit.	
245.	Prof	Això ja ho significa ene per vuit. Però, normalment, escrivim ene per vuit o vuit per ene?	PRO
246.	A5	Ics és igual a vuit per ene.	
247.	A1	Hi pot haver horts...	
248.	A5	Esta és la formuleta	
249.	Prof	Esta és la formuleta. Normalment... això malament no està, però normalment escrivim el vuit al davant.	REP/AMP
250.	A1	Diu: pot haver horts amb el mateix número de pomers que de xiprers? No.	
251.	Prof	No. Per què?	REP/PRO
252.	A1	Perquè sempre que hi hagi ene files, ene és igual a files i columnes i es multiplicarà per vuit.	
253.	Prof	D'acord. Sempre que vulguem saber el número de xiprers, hem de multiplicar per vuit la ene, no?	RPL

254. A1 Però això no donarà exacte mai.
255. Prof Què vol dir que no donarà exacte mai? PRO
256. A1 Que no donarà igual
257. Prof El què no donarà igual? DIR
258. A1 El nombre de xiprers i les files. És que no sé...
259. Prof No sé, què? DIR
260. A1 El nombre de xiprers que dóna esto... pos no! No es pot.
261. Prof Perquè no? PRO
262. A1 Perquè si tens quatre pomers tens setze xiprers.
263. Prof D'acord. Sabem que si tenim quatre pomers i tenim setze xiprers aquest número no coincideix, el de pomers i de xiprers. Però, no ha de ser aquest hort. Pot ser un altre hort més gran, no? RPL/AMP
264. A1 A ver, una operació: tinc deu xiprers, quantes files... de deu...
265. Prof Anem a veure. Nosaltres volem trobar la mida d'un hort, no? Si pot ser que existeixi un hort en què s'hagi de plantar el mateix número de pomers que de xiprers. DIR  
Evidentment...
266. A5 Jo ja sé.
267. Prof Per dues files de pomers tinc setze xiprers i quatre pomers. REP/DIR
268. A1 Entonces, que has de tenir... per exemple... cent pomers?
269. Prof Cent pomers? No ho sé. Això és el que t'estic preguntant. REP/DIR
270. A5 No... que no, no pueden ser... porque siempre se multiplicará por ocho.
271. Prof Siempre se multiplicará por ocho. REP
272. A5 El número de fileres.
273. Prof Esto ¿para calcular que? PRO
274. A5 Para la... cantidad de xiprers.
275. Prof D'acord. Tenim que per a la quantitat de xiprers el que fem és, si tenim ene files de pomers... nosaltres tenim això, no Sabem que el número de xiprers és... què? Com calculem el número de xiprers? DIR
- 
276. A5 És ics... ene... vuit ene.
277. Prof D'acord. Llavors, nosaltres volem trobar un hort que tingui... DIR
278. A1 Vuit per ene al quadrat.
279. Prof Vuit per ene al quadrat? Perquè vuit per ene al quadrat? REP/PRO
280. A1 No sé, me ha salido.
281. Prof Anem a pensar, a veure si això té sentit, A1. Nosaltres volem un hort que tingui el mateix número de pomers que el mateix número de xiprers. Què estàs fent, a5? DIR
282. A7 A5, se puede saber que estás haciendo?
283. Prof A5, ¿se lo explicas a A7, por favor? RET
284. A5 Si, estoy intentando ver si hay alguno que.... que coincida.
285. Prof Vale. ¿Cómo lo estás haciendo entonces? ¿Cómo lo estás intentando buscar? PRO
286. A5 Probando.
287. Prof ¿Probando el que? DIR
288. A1 Ir multiplicando...
289. A5 Si, aquí hay, por ejemplo, aquí... eh.. dos... seria...

290. Prof Estás haciendo pruebas, ¿no? Entonces, vas borrando los resultados... aquí perdemos información. ¿Cómo podemos organizar el Trabajo que estás haciendo de manera que...? AMP/DIR
291. A5 Una tabla.
292. Prof Una tabla. Y ¿Cómo podemos hacer esa tabla? REP/DIR
293. A5 Así.
- 
294. Prof D'acord. Podem ficar a una columna les files de pomers. Vale. Aquí la ics... i també volem... DIR
295. A5 Els pomers.
- 
296. Prof D'acord. Nosaltres volem... no, no, no borres, el número de xiprers és aquest. És vuit. DIR/PRO  
Però nosaltres volem que el número de files i el número de xiprers sigui igual?
297. A5
- 
298. A7 No.
299. Prof Què ha de ser igual, A7? DIR
300. A1 El número de xiprers que de pomers.
301. Prof Ah! El número de xiprers i el de pomers. Aquí tenim el número de files, el número de xiprers i... que més ens aniria bé posar? REP/DIR
302. A5 El número de pomers. I aquí sé que llavors...
- 
303. Prof Per tant, si tenim una fila de pomers, és l'hort que té el mateix número de pomers que de xiprers? DIR
304. A1 No.
305. A7 ¿Porqué cuatro?
306. A5 Porque son esos. Porque es ene al cuadrado.
307. Prof Ho ha ficat al revés. Això és el número de xiprers i això el de pomers. AMP
- 
308. A7 A ver, A5, que no veo.
309. A1 Vuit per tres... i vuit per tres...
310. A7 Cuatro... treinta y dos.
311. A8 Uno, dos... dieciseis, cuatro... treinta y dos.
312. A5 Seis.. cuarenta y ocho.
313. A7 Siete por ocho.. ¡uy!
314. A6 Sesenta y cuatro.
315. A8 Cuarenta y nueve, siete por siete.
316. A5 Siete por siete, cuarenta y nueve.
317. A6 ¿Siete por ocho? ¿Sesenta y cuatro?
318. Prof Cincuenta y seis DIR
319. A8 Y cuatro... se necesitan cuatro...
320. Prof ¡Ah! ¡Lo hemos encontrado! APR
321. A5 ¡Le pillé!
322. Prof D'acord, nois, hi ha algun hort que tingue el mateix número de xiprers que de pomers? PRO
323. A5 El de vuit... files de... el de vuit files de pomers.

324. Prof El de vuit files de pomers. Perquè... quants xiprers té? REP/DIR
325. A5 Seixanta-quatre.
326. Prof I quants pomers té? DIR
327. A1 Seixanta-quatre.
328. Prof Sí?
329. A1 Y ¿Porqué?
330. A5 Porque mira, ocho por ocho sesenta y cuatro... y cocho... al cuadrado, sesenta y cuatro.

## Annex 3

Taula amb la caracterització de la llengua de la professora i l'inici de la segmentació d'episodis.

NÚM	Aprovar APR	Desaprovar DES	Repetir REP	Replantejar RPL	Redirigir DIR	Provar PRO	Ampliar AMP	Revertir REV	Retornar RET
2			1						
4							1		
8			1			1			
10							1		
12					1				
14					1				
16						1			
18			1		1				
20	1					1			
23			1		1				
25						1			
27							1		
29						1			
31	1								
33					1				
35					1				
37					1				
39					1				
41					1				
43			1		1				
45					1				
47					1				
49					1				
51			1			1			
53			1						1
55								1	
57					1				
59					1				
61					1				
64			1		1		1		
66					1				
68					1				
70					1				
73					1				
75					1				
77					1				
79					1				
81					1				
83			1						
88				1					
90							1		
92					1				
94					1				
96					1				
98					1				
100					1				
102				1					



112					1				
114					1				
116					1				
119			1						
121					1				
123			1		1				
126			1						
128						1			
131					1				
134			1		1				
136							1		
138	1				1				
140						1			
142					1				
144				1					
146					1				
149					1				
151									1
153						1			
155			1					1	
157					1				
160					1				
162					1				
164					1				
166			1			1			
168			1						
170					1			1	
172	1								
174					1				
176				1	1				
178			1						
180			1		1				
182	1		1						
184					1				
193							1		
195					1				
197					1	1			
199					1	1			
202							1		
204					1				
206				1		1			
208					1				
210			1		1				
214			1		1				
216			1	1	1				
218			1		1				
222						1			
225					1				
227					1	1			
229					1				
231			1		1				
233					1				
235			1			1			
237			1						
239			1		1				
241					1				
243					1				

245						1			
249			1				1		
251			1			1			
253				1					
255						1			
257					1				
259					1				
261						1			
263				1			1		
265					1				
267			1		1				
269			1		1				
271			1						
273						1			
275					1				
277					1				
279			1			1			
281					1				
283									1
285						1			
287					1				
290					1		1		
292			1		1				
294					1				
296					1	1			
299					1				
301			1		1				
303					1				
307							1		
318					1				
320	1								
322						1			
324			1		1				
326					1				
Suma	6	0	36	8	86	25	12	3	3